Ex. 2.69

28 de novembro de 2020 22:50

2.69. Admita que o conteúdo (em ml) de frascos de certo xarope segue uma distribuição normal de parâmetros $\mu = 200$ ml e $\sigma = 2$ ml.

a) Qual a probabilidade de um frasco adquirido ao acaso ter menos de 195 ml de xarope?

b) Se comprar 5 frascos, qual a probabilidade de ficar em casa com menos de 0.99 l de xarope?

c) Num lote de 30 frascos qual a probabilidade, aproximada, de haver no máximo 5 com menos de 195 ml?

X V.A. CONTEÚDO DE UM FRASCO EM ml

$X \cap N(\mu = 200, \sigma = 2)$

a) $P(X < 195) = P\left(\underbrace{\frac{X-200}{2}}_{Z} < \underbrace{\frac{195-200}{2}}_{-2.5}\right) = \phi(-2.5) = 1 - \underbrace{\phi(2.5)}_{\text{TABELA}} =$

$= 1 - 0.9938 = 0.0062$

b) SEJA X_i V.A. CONTEÚDO DO FRASCO i,

$X_i \cap N(\mu = 200, \sigma = 2)$

SUPONDO QUE X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 SÃO V.A INDEPENDENTES, ENTÃO

$T = X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 \cap N\left(\mu = \underbrace{200 + \cdots + 200}_{5\text{ vezes}}, \sigma = \sqrt{\underbrace{2^2 + 2^2 + \cdots + 2^2}_{5\text{ vezes}}}\right)$

ASSIM $T \cap N(\mu = 1000, \sigma = 4.47)$

Sqrt(5*2^2)=4.47213595499958

PEDE-SE $P(T < 990) = P\left(\underbrace{\frac{T-1000}{4.47}}_{Z} < \underbrace{\frac{990-1000}{4.47}}\right) =$

(990-1000)/4.47=-2.2371

$$= \underset{\text{TABELA}}{\phi(-2.23)} = 1 - \phi(2.23) = 1 - 0.98713 = 0.01287$$

c) SEJA Y V.A NÚMERO DE $\underbrace{\text{FRASCOS COM MENOS DE 195 ml}}_{\text{"SUCESSO"}}$ EM 30 $\underbrace{\text{FRASCOS}}_{\text{PROVAS}}$

SUPONDO QUE AS PROVAS TÊM A MESMA PROB. DE "SUCESSO" E QUE SÃO INDEPENDENTES, Y TEM UMA DIST. BINOMIAL:

$$Y \frown B(n = 30 \ , \ p = \underbrace{0.0062}_{P(X<195)})$$

COMO VISTO NA ALÍNEA a).

PEDE-SE A PROB. DE HAVER NO MÁXIMO 5 FRASCOS COM MENOS DE 195 ml: $P(Y \leq 5) \underset{C.A}{=} 1$

$$\boxed{\text{EM R: pbinom}(5, 30, 0.0062) \ \#1}$$

C.A. DADO QUE $n = 50 > 20$, O VALOR DE $P(Y \leq 5)$ NÃO ESTÁ NA TABELA. PARA ULTRAPASSAR ESTA DIFICULDADE, PODE-SE RECORRER A UMA APROXIMAÇÃO:

$$X \frown \mathcal{B}(n,p),\ n \geq 20 \text{ e } p \leq 0.05 \Rightarrow X \sim \mathcal{P}(\lambda) \text{ com } \lambda = np$$
$$X \frown \mathcal{B}(n,p),\ np > 5 \text{ e } nq > 5 \Rightarrow X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma)$$
$$\text{com } \mu = np, \sigma = \sqrt{npq}$$

COMO $n = 50 > 20$ E $p = 0.0062 < 0.05$ ENTÃO

$$Y \sim \mathcal{P}(\lambda) \text{ COM } \lambda = np = 50 \times 0.0062 = 0.31$$

ASSIM $P(Y \leq 5) \simeq 1$

TABELA POISSON